M-14. Baza četverostrane uspravne piramide je kvadrat stranice a, dok je duljina bočnog brida $\frac{a\sqrt{34}}{6}$. Polumjer kugle upisane u piramidu je

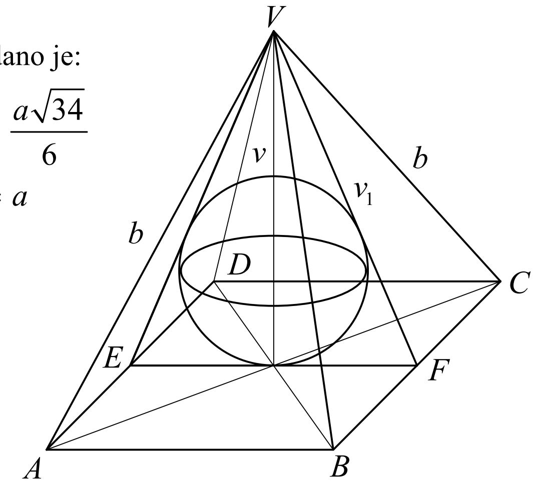
A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a}{6}$ C. $a\sqrt{34}$ D. $a\sqrt{6}$ E $\frac{a}{3}$

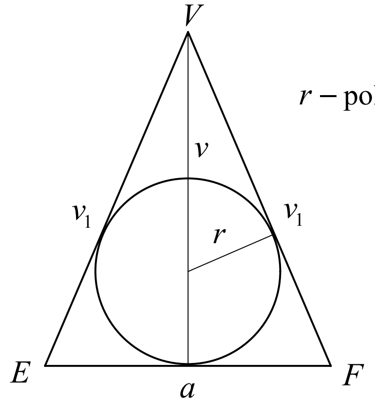
Nacrtajmo jednu sliku što bliže originalu ... to je dosta teško izvesti da odgovara stvarnosti ali to bi trebalo izgledati nekako ovako:

Zadano je:

$b = \frac{a\sqrt{34}}{6}$

$a = a$





r – polumjer kugle

Sada treba napraviti presjek ta dva tijela po ravnini kroz točke EFV i dobijemo jedan jednakokračni trokut u koji je upisana kružnica...

r – je polumjer kugle koja je upisana toj piramidi ...

ali i taj r je polumjer kružnice upisane u trokut EFV...

dakle izračunajmo koliki je r kružnice upisane u trokut EFV i dobili smo i r kugle !!

Iz priloženih formula za pravilnu četverostranu piramidu imamo:

$$b^2 = v^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\left(\frac{a\sqrt{34}}{6}\right)^2 = v^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\frac{a^2\sqrt{34^2}}{36} = v^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\frac{17a^2}{18} - \frac{a^2}{2} = v^2$$

$$v^2 = \frac{17a^2 - 9a^2}{18} = \frac{8}{18}a^2$$

$$v^2 = \frac{4}{9}a^2 \quad /\sqrt{\ }$$

$$v = \frac{2}{3}a$$

$$v = \frac{2}{3}a$$

$$v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v_1^2 = \left(\frac{2}{3}a\right)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$v_1^2 = \frac{4}{9}a^2 + \frac{1}{4}a^2$$

$$v_1^2 = \frac{25}{36}a^2 \quad /\sqrt{\ }$$

$$v_1 = \frac{5}{6}a$$

$$P_{\triangle} = \frac{a \cdot v}{2}$$

$$P_{\triangle} = \frac{a \cdot \frac{2}{3}a}{2}$$

$$P_{\triangle} = \frac{\frac{2}{3}a^2}{\frac{2}{1}}$$

$$P_{\triangle} = \frac{1}{3}a^2$$

$$s = \frac{v_1 + v_1 + a}{2}$$

$$s = \frac{\frac{5}{6}a + \frac{5}{6}a + a}{2}$$

$$s = \frac{\frac{8}{3}a}{\frac{2}{1}}$$

$$s = \frac{4}{3}a$$

$$P_{\triangle} = r \cdot s$$

$$\frac{1}{3}a^2 = r \cdot \frac{4}{3}a \quad / \cdot \frac{3}{4a}$$

$$\frac{a}{4} = r$$

$$r = \frac{a}{4}$$