

KOMBINATORIKA

| | | | | |
|-------------|------------|------------------------|--|---|
| | Redosljed | Koristimo sve elemente | Bez ponavljanja elemenata r -tog razreda, od n -elemenata | S ponavljanjem elemenata među kojima ima: r -jednakih, s -jednakih |
| PERMUTACIJE | važan | Da | $P(n) = n!$ | $P_r(n) = \frac{n!}{r!}$ $P_{r,s} = \frac{n!}{r! \cdot s!}$ |
| | Redosljed | Koristimo sve elemente | Bez ponavljanja elemenata r -tog razreda, od n -elemenata | S ponavljanjem elemenata r -tog razreda, od n -elemenata |
| KOMBINACIJE | nije važan | Ne $1 \leq r \leq n$ | $K_r(n) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$ | $K_r(n) = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)! \cdot r!}$ |
| VARIJACIJE | važan | Ne $1 \leq r \leq n$ | $V_r(n) = \frac{n!}{(n-r)!}$ | $V_r(n) = n^r$ |

ZADATKE ODABRAO I RJEŠIO
MLADEN SRAGA
od 1992.g.-do-2004.g.

KOMBINATORIKA MOJ IZBOR ZADATAKA

većina zadataka su originalni sa prijašnjih rokova (zadnjih 10 godina)

1. Koliko ima troznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?
2. Koliko ima četveroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?
3. Koliko ima peteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?
4. Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?
5. Koliko ima sedmeroiznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?
6. Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva ?
7. Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva ?

505. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima troznamenkastih brojeva ?

1. 9000 2. 900 3. $\binom{10}{3}$ 4. 10^3

510. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima parnih troznamenkastih brojeva ?

1. 450 2. 900 3. 5^3 4. $\binom{5}{3}$

515. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva?

1. 9000 2. 4500 3. 5^4 4. 4^5

520. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva?

1. 90000 2. 45000 3. 5^{10} 4. 10^5

525. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 5 ?

1. $\binom{5}{3}$ 2. 648 3. 9^3 4. 3^5

530. zad.2002./ 03.g.

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 6 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 3^6 3. 6^3 4. 648

370. zad.2002./03.g.

Koliko se različitih peteroznamenastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,2,2,3,3 ?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 5^3 3. 24 4. $\binom{5}{2} - \binom{4}{2}$

375. zad.2002./03.g.

Koliko se različitih šesteroznamenastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,1,1,2,3,3 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 150 3. 6^4 4. 4^6

380. zad.2002./03.g.

Koliko ima peteroznamenastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinice i desetice jednak 4?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 2^5 3. $10^5 - 9^5$ 4. 4500

385. zad.2002./03.g.

Koliko ima parnih četveroznamenastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 4 ?

1. 270 2. 450 3. 5^4 4. 4^5

390. zad.2002./03.g.

Koliko ima neparnih četveroznamenastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 3 ?

1. 2^4 2. 360 3. 3^2 4. 180

396. zad.2002./03.g.

Koliko ima parnih peteroznamenastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. 225 3. $\binom{5}{3}$ 4. 0

400. zad.2002./03.g.

Koliko ima neparnih peteroznamenastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. $\binom{5}{3}$ 3. 10^5 4. 3^{10}

365. zad.2002./03.g.

Koliko se različitih željezničkih kompozicija može sastaviti od lokomotive, 3 jednaka putnička i 3 jedanka teretna vagona ?

1. 6^3 2. 3^6 3. $\binom{6}{3}$ 4. $3!$

14. zad.1998./99.g

Test se sastoji od 5 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A,B ili C.

Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja ?

1. 10 2. 120 3. 243 4. 125

34. zad.1998./99.g

Koliko se različitih sedmeroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 0007789 ?

1. 240 2. 420 3. 5040 4. 384

54. zad.1998./99.g

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 00223 ?

1. 12 2. 18 3. 30 4. 120

74. zad.1998./99.g

Test se sastoji od 6 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A ili B.

Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja ?

1. 15 2. 36 3. 64 4. 720

94. zad.1998./99.g

Na koliko načina možemo 12 različitih igračaka razdijeliti na troje djece, svakom po 4 igračke ?

1. 34650 2. 12! 3. 495 4. 1728

114. zad.1998./99.g

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 55400 ?

1. 30 2. 120 3. 18 4.

134. zad.1998./99.g

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 007899 ?

1. 240 2. 420 3. 5040 4. 384

154. zad.1998./99.g

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati znamenkama 004456 ?

Kompletna rješenja sa postupkom

I način

1. Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$$n = 10$$

Slažemo troznamenkaste brojeve

$$r = 3$$

| | | |
|--|---|---|
| <p>Ne koristimo sve elemente Važan nam je redoslijed Nesmijemo ponavljati brojeve (znamenke moraju biti različite)</p> | } | zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata |
|--|---|---|

Broj traženih troznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA trećeg razreda od deset elemenata umanjene za broj varijacija drugog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_3^{10} - V_2^9 = \frac{10!}{(10-3)!} - \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{10!}{7!} - \frac{9!}{7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7!} - \frac{7! \cdot 8 \cdot 9}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 - 8 \cdot 9 = 720 - 72 = 648$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{8} = 9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$$

I II III- mjesto

2. Koliko ima četveroznamenastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$$n = 10$$

Slažemo četveroznamenaste brojeve

$$r = 4$$

| | | |
|---|---|---|
| Ne koristimo sve elemente Važan nam je redoslijed Nesmijemo ponavljati brojeve (znamenke moraju biti različite) | } | zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata |
|---|---|---|

Broj traženih četveroznamenastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA četvrtog razreda od deset elemenata umanjениh za broj varijacija trećeg razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$V_4^{10} - V_3^9 = \frac{10!}{(10-4)!} - \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{10!}{6!} - \frac{9!}{6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6!} - \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{6!} = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 - 7 \cdot 8 \cdot 9 = 5040 - 504 = 4536$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

na četvoro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{8} \boxed{7} = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$$

I II III IV- mjesto

3. Koliko ima peteroznamenastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$$n = 10$$

Slažemo peteroznamenaste brojeve

$$r = 5$$

| | | |
|--|---|---|
| Ne koristimo sve elemente Važan nam je redoslijed Nesmijemo ponavljati brojeve (znamenke moraju biti različite) | } | zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata |
|--|---|---|

Broj traženih peteroznamenastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA petog razreda od deset elemenata umanjjenih za broj varijacija četvrtog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\begin{aligned} V_5^{10} - V_4^9 &= \frac{10!}{(10-5)!} - \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{10!}{5!} - \frac{9!}{5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{5!} - \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{5!} = \\ &= 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 - 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 30240 - 3024 = 27216 \end{aligned}$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio peteroznamenasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

na četvrto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva

na peto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 6 brojeva

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{8} \boxed{7} \boxed{6} = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27216$$

I II III IV V- mjesto

4. Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenka?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$$n = 10$$

Slažemo šesteroznamenkaste brojeve

$$r = 6$$

| | | |
|---|---|---|
| Ne koristimo sve elemente Važan nam je redoslijed Nesmijemo ponavljati brojeve (znamenke moraju biti različite) | } | zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata |
|---|---|---|

Broj traženih šesteroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenka jednak je broju VARIJACIJA šestog razreda od deset elemenata umanjjenih za broj varijacija petog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\begin{aligned}
 V_6^{10} - V_5^9 &= \frac{10!}{(10-6)!} - \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{10!}{4!} - \frac{9!}{4!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{4!} - \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{4!} = \\
 &= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 - 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 151200 - 15120 = 136080
 \end{aligned}$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu mjestu stotisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio šesteroznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta)

na četvoro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva

na peto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 6 brojeva

na šestom mjest možemo staviti jedan od preostalih 5 brojeva

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{8} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{5} = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 136080$$

I II III IV V VI- mjesto

5. Koliko ima sedmeroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama?

I način

Imamo 10 brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) koje možemo koristiti

$$n = 10$$

Slažemo sedmeroznamenkaste brojeve

$$r = 7$$

| | | |
|--|---|---|
| <p>Ne koristimo sve elemente Važan nam je redoslijed Nesmiemo ponavljati brojeve (znamenke moraju biti različite)</p> | } | zaključak: radi se o VARIJACIJI bez ponavljanja elemenata |
|--|---|---|

Broj traženih sedmeroznamenkastih brojeva sa svim različitim znamenkama jednak je broju VARIJACIJA sedmog razreda od deset elemenata umanjjenih za broj varijacija šestog razreda od devet elemenata (zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\begin{aligned} V_7^{10} - V_6^9 &= \frac{10!}{(10-7)!} - \frac{9!}{(9-6)!} = \frac{10!}{3!} - \frac{9!}{3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{3!} - \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{3!} = \\ &= 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 - 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 604800 - 60480 = 544320 \end{aligned}$$

II način

Na prvom mjestu može stajati jedan od 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9), na prvom mjestu stotisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio sedmeroznamenkasti broj) na drugo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 9 brojeva (sada može i 0), na treće mjesto možemo staviti jedan od preostalih 8 brojeva (dva smo iskoristili na prva dva mjesta) na četvoro mjesto možemo staviti jedan od preostalih 7 brojeva na peto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 6 brojeva na šesto mjesto možemo staviti jedan od preostalih 5 brojeva na sedmo mjesto možemo staviti jedan od preostalih 4 brojeva

$$\boxed{9} \boxed{9} \boxed{8} \boxed{7} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{4} = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 544320$$

I II III IV V VI VII- mjesto

6. Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva ?

Za drugo i treće mjesto možemo koristiti sve brojeve, za prvo nemožemo koristiti nulu... za zadnje mjesto, mjesto jedinice možemo koristiti samo neparne brojeve (1,3,5,7,9)

Na prvo mjesto možemo staviti 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na četvrto mjesto možemo staviti brojeve (1,3,5,7,9) dakle pet brojeva

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{5} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$$

I II III IV - mjesto

7. Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva ?

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu desetstisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio peteroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na četvrto mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
na peto mjesto možemo staviti brojeve (0,2,4,6,8) dakle pet brojeva

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{5} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 45000$$

I II III IV V- mjesto

505. zad.2001./02.g

Koliko ima troznamenkastih brojeva ?

1. 9000 2. 900 3. $\binom{10}{3}$ 4. 10^3

Za svako mjesto možemo koristiti sve brojeve, osim za prvo gdje nemožemo koristiti nulu...

Na prvo mjesto možemo staviti 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
 na prvom mjestu mjestu stotice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
 na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
 na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$$

I II III - mjesto

510. zad.2001./02.g

Koliko ima parnih troznamenkastih brojeva ?

1. 450 2. 900 3. 5^3 4. $\binom{5}{3}$

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
 na prvom mjestu mjestu stotice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)
 na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
 na treće mjesto možemo staviti (0,2,4,6,8) dakle pet brojeva -jer broj morabiti paran

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{5} = 9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$$

I II III - mjesto

515. zad.2001./02.g

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva?

1. 9000 2. 4500 3. 5^4 4. 4^5

Za drugo i treće mjesto možemo koristiti sve brojeve, za prvo nemožemo koristiti nulu...
 za zadnje mjesto , mjesto jedinice možemo koristiti samo neparne brojeve (1,3,5,7,9)

Na prvo mjesto možemo staviti 9 raspoloživih brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
 na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
 na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
 na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
 na četvoro mjesto možemo staviti brojeve (1,3,5,7,9) dakle pet brojeva

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{5} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$$

I II III IV - mjesto

520. zad.2001./02.g

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva?

1. 90000 2. 45000 3. 5^{10} 4. 10^5

Za svako mjesto možemo koristiti sve brojeve, osim za prvo gdje nemožemo koristiti nulu...

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),

na prvom mjestu mjestu desetisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)

na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),

na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

na četvrto mjesto možemo staviti svih deset brojeva

na peto mjesto možemo staviti svih deset brojeva

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{10} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 90000$$

I II III IV V- mjesto

525. zad.2001./02.g

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 5 ?

1. $\binom{5}{3}$ 2. 648 3. 9^3 4. 3^5

Na prvo mjesto možemo staviti 8 brojeva (1,2,3,4,6,7,8,9), nemože (0 i 5)

na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)

ni broj pet jer zadano je da troznamenkasti broj nesmiije sadržavati znamenku 5

na drugo mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 5

na trećem mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 5

$$\boxed{8} \boxed{9} \boxed{9} = 8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$$

I II III - mjesto

530. zad.2001./02.g

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji u svom zapisu ne sadrže znamenku 6 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 3^6 3. 6^3 4. 648

Na prvo mjesto možemo staviti 8 brojeva (1,2,3,4,6,7,8,9), nemože (0 i 6)

na prvom mjestu mjestu tisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio troznamenkasti broj)

ni broj pet jer zadano je da troznamenkasti broj nesmiije sadržavati znamenku 6

na drugo mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 6

na trećem mjesto možemo staviti devet brojeva (0,1,2,3,4,6,7,8,9) nemože broj 6

$$\boxed{8} \boxed{9} \boxed{9} = 8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$$

I II III - mjesto

370. zad.2001./02.g

Koliko se različitih peteroznamenkastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,2,2,3,3 ?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 5^3 3. 24 4. $\binom{5}{2} - \binom{4}{2}$

Važan nam je redosljed, koristimo sve elemente među kojima imamo r i s istih } Zaključak: radi se o PERMUTACIJI s ponavljanjem elemenata skupa od n – elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

zadano: 0,2,2,3,3

$$n = 5$$

$r = 2$ (isti su 2,2) $s = 2$ (isti su 3,3)

Formula za: Broj permutacija skupa od n elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

Broj traženih peteroznamenkastih brojeva (N) jednak je broju permutacija od pet elemenata među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih, umanjjenih za broj permutacija od četiri elementa među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih

(zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

Dakle od ukupnog broja permutacija, moramo odbiti broj onih kojima je nula na prvom mjestu jer to nisu peteroznamenkasti brojevi već četveroznamenkasti brojevi (nula se na prvom mjestu ne računa)

$$N = P_{r,s}(5) - P_{r,s}(4)$$

$$N = \frac{5!}{2! \cdot 2!} - \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 30 - 6 = 24 \quad \text{rješenje br.3.}$$

375. zad.2002./03.g.

Koliko se različitih šesteroznamenkastih brojeva može napisati pomoću znamenaka 0,1,1,2,3,3 ?

1. $\binom{6}{3}$ 2. 150 3. 6^4 4. 4^6

Važan nam je redosljed, koristimo sve elemente među kojima imamo r i s istih } Zaključak: radi se o PERMUTACIJI s ponavljanjem elemenata skupa od n – elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

zadano: 0,1,1,2,3,3

$$n = 6$$

$$r = 2 \text{ (isti su 1,1)} \quad s = 2 \text{ (isti su 3,3)}$$

Formula za: Broj permutacija skupa od n elemenata među kojima ima r jednakih i s jednakih

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

Broj traženih šesteroznamenkastih brojeva (N) jednak je broju permutacija od šest elemenata među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih, umanjene za broj permutacija od pet elemenata među kojima ima $r = 2$ i $s = 2$ jednakih

(zato što na prvom mjestu ne može biti znamenka nula...)

Dakle od ukupnog broja permutacija, moramo odbiti broj onih kojima je nula na prvom mjestu jer to nisu peteroznamenkasti brojevi već četveroznamenkasti brojevi (nula se na prvom mjestu ne računa)

$$N = P_{r,s}(6) - P_{r,s}(5)$$

$$N = \frac{6!}{2! \cdot 2!} - \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 - 3 \cdot 2 \cdot 5 = 180 - 30 = 150$$

380. zad.2002./03.g.

Koliko ima peteroznamenastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinice i desetice jednak 4?

1. $\binom{5}{2}$ 2. 2^5 3. $10^5 - 9^5$ 4. 4500

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desetisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio peteroznamenasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),
na treće mjesto možemo staviti svih deset brojeva (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

na četvrto i
na peto mjesto } moramo staviti brojeve kojima je zbroj jednak 4

a to su brojevi (2,2), (1,3), (3,1), (0,4), (4,0)

znamenke jedinice i desetice možemo napisati na 5-načina da njihov zbroj bude = 4

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{5 - \text{načina}} = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$$

I II III IV i V- mjesto

385. zad.2002./03.g.

Koliko ima parnih četveroznamenastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetice jednak 4?

1. 270 2. 450 3. 5^4 4. 4^5

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu mjestu desetisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),

na treće i
na četvrto mjesto } moramo staviti brojeve kojima je zbroj jednak 4,
i na mjestu jedinice mora biti paran broj

a to su brojevi (2,2), (0,4), (4,0)

znamenke jedinice i desetice možemo napisati na 3-načina da njihov zbroj bude = 4

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{3 - \text{načina}} = 9 \cdot 10 \cdot 3 = 270$$

I II III i IV- mjesto

390. zad.2002./03.g.

Koliko ima neparnih četveroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jedinica i desetica jednak 3 ?

1. 2^4 2. 360 3. 3^2 4. 180

Na prvo mjesto možemo staviti 9 brojeva (1,2,3,4,5,6,7,8,9),
na prvom mjestu desettisućice ne može stajati 0 (jer to tada ne bi bio četveroznamenkasti broj)
na drugo mjesto možemo staviti svih deset brojeva (sada može i 0),

na treće i } moramo staviti brojeve kojima je zbroj jednak 3,
na četvrto mjesto } i na mjestu jedinice mora biti neparan broj

a to su brojevi (2,1) i (0,3)

znamenke jedinice i desetice možemo napisati na 2-načina da njihov zbroj bude = 3

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{2 - \text{načina}} = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$$

I II III i IV- mjesto

396. zad.2002./03.g.

Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. 225 3. $\binom{5}{3}$ 4. 0

Da bi broj bio djeljiv sa 5 mora mu zadnja znamenka biti 0 ili 5, kako je još zadano da taj broj mora biti paran broj zadnja znamenka jedino može biti 0. To dalje povlači za sobom da i prva znamenka mora biti nula (jer prva i zadnja znamenka moraju biti jednake).

Ako je nula na prvom mjestu to nije peteroznamenkasti broj već četveroznamenkasti pa zaključimo da ne postoji takav broj ili da ih ima nula- odgovor pod br.4.

400. zad.2002./03.g.

Koliko ima neparnih peteroznamenkastih brojeva djeljivih sa 5 kojima su prva i zadnja znamenka jednake ?

1. 1000 2. $\binom{5}{3}$ 3. 10^5 4. 3^{10}

Da bi broj bio djeljiv sa 5 mora mu zadnja znamenka biti 0 ili 5, kako je još zadano da taj broj mora biti neparan broj zadnja znamenka jedino može biti 5. To dalje povlači za sobom da i prva znamenka mora biti pet (jer prva i zadnja znamenka moraju biti jednake).

Pa imamo ovakav događaj: 5 \square \square \square 5 prva i zadnja znamenka moraju biti 5, dakle jedina mogućnost na drugo, treće i četvrto mjesto možemo staviti bilo koj broj od 0-do-9

(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

$$\boxed{1} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{1} = 1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 = 1000$$

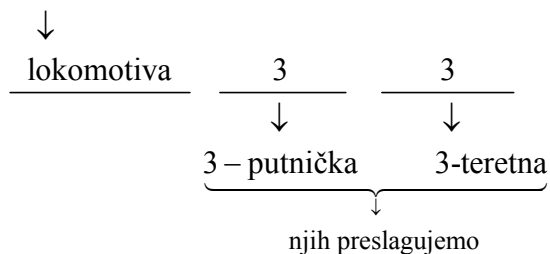
I II III IV V - mjesto

365. zad.2002./03.g.

Koliko se različitih željezničkih kompozicija može sastaviti od lokomotive, 3 jednaka putnička i 3 jednaka teretna vagona ?

1. 6^3 2. 3^6 3. $\binom{6}{3}$ 4. $3!$

Pretpostavimo da bi lokomotiva uvijek trebala biti prva nju fiksiramo na prvo mjesto



$$n = 6$$

$$r = 3$$

$$s = 3$$

Koristimo sve elemente, važan je redosljed, iz toga zaključujemo da se radi o permutaciji sa ponavljanjem elemenata među kojima ima $r = 3$ i $s = 3$ istih

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

$$P_{3,3}(6) = \frac{6!}{3! \cdot 3!}$$

$$P_{3,3}(6) = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$P_{3,3}(6) = 4 \cdot 5$$

$$P_{3,3}(6) = 20$$

Pogledajmo ponuđene odgovore pod: 3. $\binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)! \cdot 3!} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 5 = 20$

Dakle rješenje je odgovor broj 3.

14. zad.1998./99.g

Test se sastoji od 5 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A,B ili C.

Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja ?

1. 10 2. 120 3. 243 4. 125

Zadatak riješimo na dva načina:

I način

Na prvo pitanje možemo odgovoriti na tri načina

Na drugo pitanje možemo odgovoriti na tri načina

Na treće pitanje možemo odgovoriti na tri načina

Na četvrto pitanje možemo odgovoriti na tri načina

Na peto pitanje možemo odgovoriti na tri načina

Dakle: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$

II način

Zadatak riješimo primjenom formula:

Za svaki zadatak koristimo tri odgovora $\Rightarrow n = 3$

Imamo pet zadataka dakle razred je 5 $\Rightarrow r = 5$

Radi se o VARIJACIJI sa ponavljanjem elemenata

$$V_r(n) = n^r$$

$$V_5(3) = 3^5$$

$$V_5(3) = 243 \quad \Rightarrow \text{na 243 načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja.}$$

34. zad.1998./99.g

Koliko se različitih sedmeroznamenastih brojeva može napisati znamenkama 0007789 ?

1. 240 2. 420 3. 5040 4. 384

00077898 \Rightarrow $n = 7$ koristimo 7 elemenata
 $r = 3$ –(nule ima ih tri)
 $s = 2$ –(sedmice ima ih dvije)

Ovdje koristimo sve elemente među kojima je r i s istih elemenata
dakle radi se o permutaciji s ponavljanjem elemenata

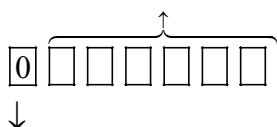
$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

$$P_{3,2}(7) = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3! \cdot 1 \cdot 2} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 420$$

Sada smo izračunali broj svih permutacija (420) - u tom broju sadržane su i permutacije
kada je nula na prvom mjestu ...

Brojevi koji počinju sa nulom na prvom mjestu nisu sedmeroznamenasti brojevi
treba izračunati koliko ima takvih brojeva i oduzeti ih od 420 i to je stvarni broj
sedmeroznamenastih brojeva koje može napisati znamenkama 0007789.

ove znamenke mjenjamo tj. permutiramo $n = 6$



nulu fiksiramo na prvo mjesto

$$n = 6$$

$$r = 2$$

$$s = 2$$

$$P_{2,2}(6) = \frac{6!}{2! \cdot 2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2! \cdot 1 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 = 180$$

$$P_{2,2}(6) = 180$$

N = broj sedmeroznamenastih brojeva koje može napisati znamenkama 0007789.

$$N = P_{3,2}(7) - P_{2,2}(6) = 420 - 180 = 240$$

54.

Koliko se različitih peteroznamenastih brojeva može napisati znamenkama 00223?

1. 12
2. 18
3. 30
4. 120

TEHNIKA JE ISTA KAO I U ZADATKU - 34. -
 DAKLE IZRAČUNAMO BROJ PERMUTACIJA BEZ OBZIRA NA POLOŽAJ NULE TE OD TOG BROJA ODUZMEMO BROJ PERMUTACIJA KOJE OSBIJERO KADA NA PRVO Mjesto STAVIMO NULU

① $00223 \Rightarrow n=5, r=2, s=2$

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

$$P_{2,2}(5) = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$P_{2,2}(5) = \underline{\underline{30}}$$

② KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO Mjesto
 \downarrow
 0 - - - - -
 (NEOSTALE BROJEVE) \downarrow $n=4$
 0223 (PERMUTIRAMO) \downarrow $r=2$

$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(4) = \frac{4!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2}$$

$$P_2(4) = \underline{\underline{12}}$$

BROJ RAZLIČITIH PETEROZNAMENASTIH BROJEVA

JEDNAK JE $P_{2,2}(5) - P_2(4) = 30 - 12 = \underline{\underline{18}}$

KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO Mjesto TADA TO NIJE PETEROZNAMENASTI BROJ VEĆ ČETVEROZNAMENASTI ILI TROJNAMENASTI
 \downarrow
 ZAVISI O POLOŽAJU PREOSTALE NULE

74.

Test se sastoji od 6 pitanja na koja se odgovara zaokruživanjem odgovora A ili B.
Na koliko načina možemo riješiti test ako odgovorimo na sva pitanja?

1. 15
2. 36
3. 64
4. 720

TEHNIKA RJEŠAVANJA ZADATKA JE ISTA KAO I U 14. ZADATKU

① NA I PITANJE MOŽEMO ODGOVORITI NA DVA NAČINA
 NA I -(- -(- -(-
 ⋮
 NA VI PITANJE MOŽEMO ODGOVORITI NA DVA NAČINA

$$\text{DAKLE } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$$

② NAČIN ZA SVAKI ZADATAK KORISTIMO DVA ODGOVORA $n=2$
 IMAMO 6 ZADATAKA $r=6$

KODI SE O VARIJACIJAMA S RAZLIČNIM ELEMENIMA
 (NAČIN JE REASCIJED I NE KORISTIMO SVE ELEMENTE)

$$V_r(n) = n^r$$

$$V_6(2) = 2^6 = 64$$

75.

Kolika je vjerojatnost da ćemo iz kutije u kojoj imamo 4 bijele, 3 crne i 4 crvene kuglice, izvući 2 bijele ili 2 crvene?

1. 11/12
2. 12/55
3. 6/55
4. 36/55

- Broj povoljnih događaja
 ZA PRVU KUGLICU JE 4, A BROJ POGUČIH JE 11

- Broj povoljnih događaja ZA IZVLAČENJE DVAJE
 KUGLICE JE 3 (JER SMO IZVUKLI VEĆ JEDNU)
 A BROJ POGUČIH DOGAĐAJA JE 10 (JER SMO IZVUKLI VEĆ JEDNU)

$$V = \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10}$$

$$V = \frac{12}{110}$$

$$V = \frac{6}{55}$$

TO JE VJEROJATNOST DOGAĐAJA
 SAMO ZA PRVE DVIJE KUGLICE (BIJELI)

ZA DRUGE DVIJE (CRVENE) VJEROJATNOST JE ISTA $V = \frac{6}{55}$

$$\text{Tako je za: (2 BIJELI ILI 2 CRVENE) } V = \frac{6}{55} + \frac{6}{55} = \frac{12}{55}$$

-50-

94.

Na koliko se načina može 12 različitih igračka razdijeliti na troje djece, svakom po 4 igračke?

1. 34 650
2. 121
3. 495
4. 1728

PRVO DJETE MOŽE DOBITI NA $\binom{12}{4}$ NAČINA IGRAČKE
 DRUGO DJETE MOŽE DOBITI NA $\binom{8}{4}$ NAČINA IGRAČKE
 TREĆE DJETE MOŽE DOBITI NA $\binom{4}{4}$ NAČINA IGRAČKE

↓
 - RADI SE O KOMBINACIJAMA
 BIAZ BIVAJUĆIMA ELEMENTIMA
 - KOMBINACIJE SU ZNAČAJNE
 REKVALIFIKACIJE NIJE BITNO T.J. DJETETA
 JE SVEJAKO BITNO DA
 IGRAČKE A, B, C, D ICI BACI D ...

- 12 IGRAČKA SE NA TROJE DJECE
 MOŽE PODJELITI NA

$$\begin{aligned} \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{4} &= \frac{12!}{(12-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{8!}{(8-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{0! \cdot 4!} = \\ &= \frac{12!}{8! \cdot 4!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot 1 = \frac{12!}{4! \cdot 4! \cdot 4!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{4! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \\ &= \underline{\underline{34650}} \text{ NAČINA} \end{aligned}$$

95.

Kolika je vjerojatnost da ćemo iz grupe od 3 muškarca i 4 žene izabrati tročlanu grupu u kojoj su 1 muškarac i 2 žene?

1. 9/35
2. 18/35
3. 7/18
4. 3/7

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

- MUŠKARCA MOŽEMO
 IZABRATI NA $\binom{3}{1}$ NAČIN

- ŽENE MOŽEMO IZABRATI NA $\binom{4}{2}$ NAČINA

(BIRAMO LJUDE → NIJE NAM VAŽAN REDOSJED → RADI SE O KOMBINACIJAMA
 BIAZ BIVAJUĆIMA EL.)

- GRUPU OD 1 MUŠKARCA I 2 ŽENE

MOŽEMO IZABRATI NA $\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2}$ NAČINA

- BROJ SVIH MOGUĆIH OPIBIA TROČLANE GRUPE OD 7 LJUDI JE $\binom{7}{3}$

PAKLE A = $\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2}$, B = $\binom{7}{3}$

$$V = \frac{A}{B} = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{7}{3}} = \frac{\frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}}{\frac{7!}{4! \cdot 3!}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 7} = \frac{18}{35}$$

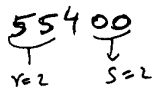
-61-

114.

Koliko se različitih peteroznamenastih brojeva može napisati znamenkama 55400?

1. 30
2. 120
3. 18
4. 12

TREBA IZRAČUNATI BROJ SVIH NOVUČIH PERMUTACIJA BEZ OBZIRA NA POLOŽAJ NULE



$$n = 5$$

$$r = 2$$

$$s = 5$$

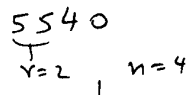
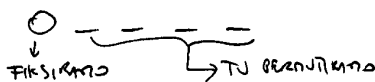
$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r!s!}$$

$$P_{2,2}(5) = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$P_{2,2}(5) = 30$$

r i s su JEDNAKI ELEMENTI

SADA TREBA IZRAČUNATI BROJ PERMUTACIJA KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO



$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(4) = \frac{4!}{2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4}{2!}$$

$$P_2(4) = 12$$

ISPRAVAN TJ. TOČAN BROJ PETEROZNAMENASTIH BROJEVA JE :

$$P_{2,2}(5) - P_2(4) = 30 - 12 = 18$$

JER BROJEVI KOJI POČINJU SA NULOM NA PRVOM MJESTU NISU PETEROZNAMENASTI.

115.

Kolika je vjerojatnost da ćemo iz kutije u kojoj je 5 bijelih i 3 crne kuglice izvući dvije bijele i jednu crnu?

1. 3/8
2. 11/15
3. 15/28
4. 3/28

1) DVIJE BIJELE KUGLICE DOĐENI IZVUČI NA $\binom{5}{2}$ NAČINA

2) JEDNU CRNU KUGLICU DOĐENI IZVUČI NA $\binom{3}{1}$ NAČINA

3) - TA JE BROJ MOGUĆIH DOGAĐAJA $A = \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}$

4) BROJ SVIH NOVUČIH DOGAĐAJA JE $B = \binom{8}{3}$ \rightarrow $n=8$ IZVLAČIMO TRI KUGLICE (2+1)

$$V = \frac{A}{B} = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{\frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!}}{\frac{8!}{5! \cdot 3!}} = \frac{10 \cdot 3}{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{30}{7 \cdot 8}$$

$$V = \frac{30}{56}$$

$$V = \frac{15}{28}$$

-72-

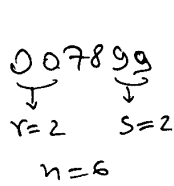
134.

Koliko se različitih šestoznamenastih brojeva može napisati znamenkama 007899?

1. 180
2. 120
3. 720
4. 60

POSTUPAK JE

ISTI kao u zadatku 114, / 54.



$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{s! \cdot s!}$$

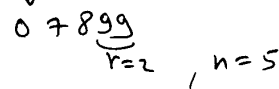
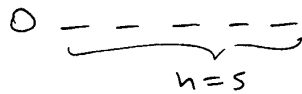
$$P_{2,2}(6) = \frac{6!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}$$

$$P_{2,2}(6) = 180$$

→ TO JE BROJ SVIH
POZUČIT PERMUTACIJA
BES OBZIRA NA POZICIJU
NULLE

KADA NULU FIKSIRAMO NA PRVO MJESTO

OSTAJE PET BROJEVA PERMUTIRANO



$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(5) = \frac{5!}{2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$P_2(5) = 60$$

BROJ STVANIH (PARNIH) ŠESTOZNAČENASTIH

BROJEVA JE JEDNAK

$$P_{2,2}(6) - P_2(5) = 180 - 60 = 120$$

135.

Kolika je vjerojatnost da u tri bacanja kocke sva tri puta padne paran broj?

1. 1/72
2. 1/8
3. 1/2
4. 1/216

— U PRVOM BACANJU SVA TRI PARNA BROJA (2, 4, 6) SU
POVOLJNI ISHODI $A \Rightarrow B=6$

$$V_1 = \frac{A}{B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

— U DRUGOM BACANJU OPET
SU SVA TRI PARNA BROJA POVOLNI ISHODI

$$V_2 = \frac{A}{B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

— ISTO TO VRIJEI IZA TREĆE BACANJE $V_3 = \frac{1}{2}$

VJEROJATNOST ZA SVA TRI BACANJA JE:

$$V = V_1 \cdot V_2 \cdot V_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

154.

Koliko se različitih šestoznamenastih brojeva može napisati znamenkama 004456?

1. 120
2. 720
3. 360
4. 1440

POSTUPAK JE OPISAN U 134 ZADATKU

$$\underbrace{00}_{r=2} \underbrace{4456}_{s=4} \quad n=6$$

$$P_{r,s}(n) = \frac{n!}{r! \cdot s!}$$

$$P_{2,2}(6) = \frac{6!}{2! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}$$

$$P_{2,2}(6) = \underline{\underline{180}}$$

KADA NULU FIKSIAMO NA PRVO MJESTO TO NIJE ŠESTOZNAMENASTI BROJ ...

$$0 \underbrace{\quad \quad \quad \quad \quad}_{n=5} \quad 0 \underbrace{4456}_{r=2}$$

$$P_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

$$P_2(5) = \frac{5!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2}$$

$$P_2(5) = 60$$

STVAKOM BROJ^{PRAVIH} ŠESTOZNAMENASTIH BROJEVA JE JEDNAK:

$$P_{2,2}(6) - P_2(5) = 180 - 60 = \underline{\underline{120}}$$

155.

Kolika je vjerojatnost da u tri bacanja kocke sva tri puta padne broj 2 ili sva tri puta padne broj 3?

1. 1/3
2. 1/108
3. 1/15
4. 107/108

VJEROJATNOST DA PADNE BROJ DVA JE

$$V_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

VJEROJATNOST DA PADNE BROJ TRI JE

$$V_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

KAKO SE RADI DA MOŽE PADATI BROJ 2 KLI BROJ 3

TO JE

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{216} + \frac{1}{216} = \frac{2}{216} = \underline{\underline{\frac{1}{108}}}$$